Εκτενείς Δομές Δεδομένων

ΜΠΟΜΠΟΤΑΣ ΑΓΟΡΑΚΗΣ

mpompotas@ceid.upatras.gr

Εισαγωγή

- Δομές που βασίζονται σε συγκρίσεις : Ισοζυγισμένα δέντρα εύρεσης (δέντρα τα φύλλα των οποίων απέχουν της ίδιας τάξεως μεγέθους, απόσταση απο τη ρίζα)
- Υψοζυγισμένα δέντρα (κριτήριο ζύγισης κάθε κόμβου αποτελεί το ύψος των υποδέντρων του) :
  - AVL
  - B - TREES
  - (a,b) TREES
  - RED – BLACK TREE
- Βαροζυγισμένα δέντρα (κριτήριο ζύγισης κάθε κόμβου αποτελεί το βάρος των υποδέντρων του) :
  - BB[a] TREES
  - SKIP LISTS
  - INTERPOLATION SEARCH TREES
  - ΒΑΡΟΖΥΓΙΣΜΕΝΑ B - TREES

AVL tree

- Δυαδικό ισοζυγισμένο δέντρο – σε κάθε κόμβο τα ύψη των υποδέντρων του διαφέρουν το πολύ κατά ένα.

- Υψοζύγιση του u: hb(u) = ύψος(R(u)) – ύψος(L(u)), hb(u) { +1 , 0 , - 1 }

- Το ύψος h ενός δένδρου AVL με n στοιχεία είναι O(logn).

AVL tree – Access(x)

- Ξεκινάμε απο τη ρίζα και ελέγχουμε σε κάθε κόμβο u :
  - αν $x < val(u)$ συνεχίζουμε αριστερά
  - αν $x > val(u)$ συνεχίζουμε δεξιά ε ως ότου βρούμε το x

- Ο χρόνος της Access(x) είναι $\Theta(\log n)$

AVL tree – Insert(x, T)

- Ο πρώτος κόμβος στο μονοπάτι από τον κόμβο v (που εισήχθη στο δένδρο) προς τη ρίζα, του οποίου το balance ήταν +1 ή −1 (πριν την εισαγωγή) ονομάζεται κρίσιμος κόμβος (κρίσιμο μονοπάτι αντίστοιχα).
- Αν ο κόμβος αυτός αποκτά balance +2 ή −2 μετά την εισαγωγή, τότε είναι ο πρώτος κόμβος στο μονοπάτι από τον v στη ρίζα για τον οποίο θα πρέπει να γίνουν κατάλληλες ενέργειες ώστε να διορθωθεί το balance του.
- Διακρίνουμε περιπτώσεις ανάλογα με το είδος των δύο πρώτων ακμών του μονοπατιού από τον κρίσιμο κόμβο w προς τον εισαχθέντα κόμβο v (απλή περιστροφή / διπλή περιστροφή)

AVL tree – Insert(x, T)

- **Περίπτωση RR (Right - Right):**
  Και οι δύο ακμές οδηγούν δεξιά. Εκτελούμε μια αριστερή περιστροφή γύρω από τον κρίσιμο κόμβο.

- **Περίπτωση LL (Left - Left):**
  Και οι δύο ακμές οδηγούν αριστερά. Είναι συμμετρική της περίπτωσης RR! Μία δεξιά περιστροφή γύρω από τον κρίσιμο κόμβο αρκεί για να επιλυθεί το πρόβλημα με το balance του!

AVL tree – Insert(x, T)

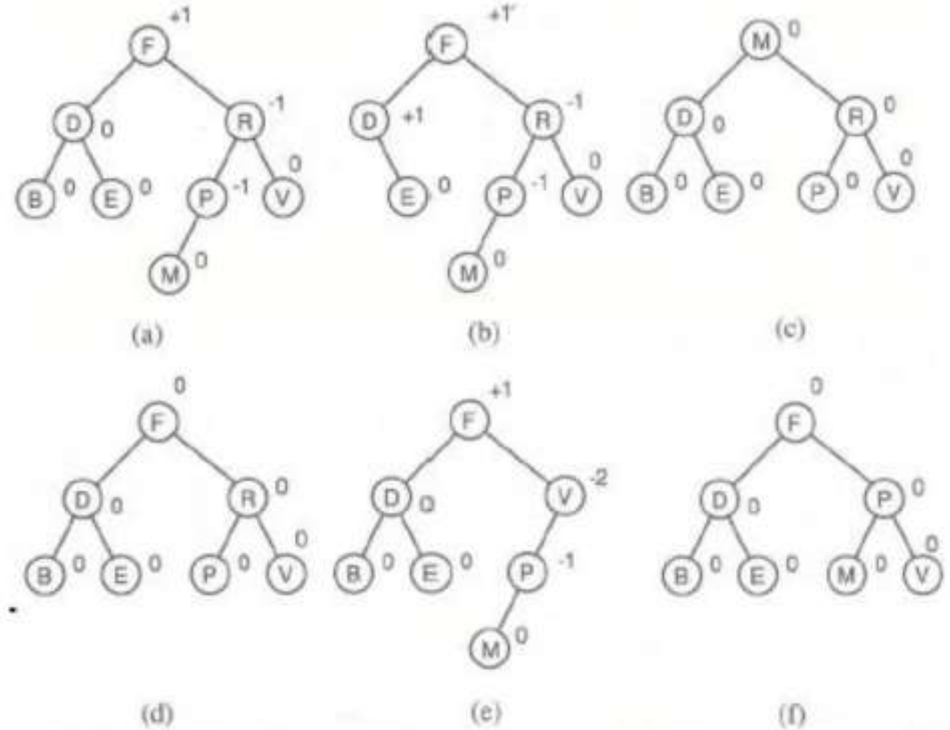
- **Περίπτωση RL (Right - Left):**
  Η πρώτη ακμή οδηγεί δεξιά και η δεύτερη αριστερά. Απαιτούνται δύο περιστροφές, μια δεξιά περιστροφή γύρω από τον επόμενο του κρίσιμου κόμβου στο μονοπάτι του οδηγεί στον v και μια αριστερή περιστροφή γύρω από τον κρίσιμο κόμβο.

- **Περίπτωση LR (Left - Right):**
  Η πρώτη ακμή οδηγεί αριστερά και η δεύτερη δεξιά. Είναι συμμετρική της περιπτώσεως RL. Απαιτούνται δύο περιστροφές, μια αριστερή περιστροφή γύρω από τον επόμενο του κρίσιμου κόμβου στο μονοπάτι που οδηγεί στον v και μια δεξιά περιστροφή γύρω από τον κρίσιμο κόμβο.

AVL tree – Delete(x, T)

- Ακολουθούμε τον ‘αλγόριθμο’ διαγραφής σε δυαδικό δένδρο:
  - Access(x)
  - Διαγραφή του ίδιου του κόμβου x αν είναι φύλλο.
  - Αντικατάστασή του από το παιδί του αν έχει μόνο ένα παιδί.
  - Αντικατάστασή του από τον επόμενό του στην ενδοδιατεταγμένη διάταξη αν έχει δύο παιδιά.
  - Balance

AVL tree – Delete(x, T)



(a) Αρχικό δένδρο, (b) Διαγραφή του B, (c) Διαγραφή του F,
(d) Διαγραφή του M, (e) Διαγραφή του R

(a,b)-tree

- Έστω a, b ακέραιοι τέτοιοι ώστε a≥ 2 και b≥ 2a-1. Ένα δέντρο T είναι (a, b) αν
  - Όλα τα φύλλα του T έχουν το ίδιο βάθος(δηλαδή το δέντρο είναι πλήρως ζυγισμένο)
  - Για κάθε κόμβο υ του T, ισχύει p(υ)≤ b {p(υ) = αριθμός των παιδιών του υ}
  - Για κάθε κόμβο υ του T, με εξαίρεση τη ρίζα, ισχύει p(υ)≥ a
  - Για τη ρίζα r ,ισχύει p(r)≥ 2
- Όταν b = 2a –1 τότε το (a,b) tree ονομάζεται B-tree.

(a,b)-tree – Access(x)

- Ξεκινάμε απο τη ρίζα και ελέγχουμε σε κάθε κόμβο u :
  - αν $x < val(u)$ συνεχίζουμε αριστερά
  - αν $x > val(u)$ συνεχίζουμε δεξιά ε ως ότου βρούμε το x

- Ο χρόνος της Access(x) είναι $\Theta(\log n)$

(a,b)-tree – Insert(x, T)

- Διαδικασία Access(x)
- Δημιουργία ενός νέου κενού φύλλου στο οποίο αποθηκεύουμε το x. Αν x<y τότε τοποθετείται αριστερά, αν x>y τοποθετείται δεξιά.
- Balance
  - Split

(a,b)-tree – Delete(x, T)

- Διαδικασία Access(x)
- Σβήνεται το φύλλο με τη τιμή x και στον πατέρα u του x διαγράφεται το κλειδί $k_i(u)$ αν το φύλλο x είναι i-στο παιδί του u ή $k_{p(u)-1}(u)$ αν το $\mathrm{p}(u)$-στο παιδί του.
-
- Balance
  - Share (διαμοιρασμός)
  - Fusion (σύμπτυξη)