

Δομές Δεδομένων

Παπαγιαννόπουλος Δημήτριος

18 Μαΐου 2017



papagianno@ceid.upatras.gr



Union - Find

- Πως χειριζόμαστε τις διαμερίσεις πάνω στα στοιχεία του σύμπαντος U ?
- Έστω ότι $U = \{0, 1, \dots, N-1\}$, $x \in U$ και A, B, C ονόματα συνόλων
 - $\text{Find}(x)$: Επιστρέφει το όνομα του συνόλου στο οποίο ανήκει στο x
 - $\text{Union}(A, B, C)$: Ενώνει τα σύνολα A και B κάτω από το κοινό όνομα της C .



Υλοποίηση Find

■ Απλή Λύση

- Για κάθε στοιχείο έχουμε το σύνολο που ανήκει
- Πράξη $\text{Union}(A,B,C) \rightarrow$ απλή με κόστος $O(N)$

0	A
1	A
2	B
3	F
.	.
.	.
.	.
N-1	B

Υλοποίηση Find

- Χρήση ανεστραμμένων λιστών
 - Μια για κάθε σύνολο
 - $L(A) = \{0,1,\dots\}$
 - $L(B) = \{2,\dots,N-1\}$
- Find είναι το ίδιο με πριν
- Union εκτελείται σε χρόνο $O(\{A \cup B\})$
 - Πιο αποδοτικό αλλαγή μόνο στο όνομα των στοιχείων του μικρότερου συνόλου στο όνομα του άλλου εσωτερικά
 - Κρατάμε και απεικόνιση για τον εξωτερικό παρατηρητή
 - MAPOUT : πχ το B εσωτερικά είναι το C εξωτερικά
 - MAPIN : πχ το C εξωτερικά είναι το B εσωτερικά
 - Γιατί στο $\text{union}(A,B,C)$
 - Τα A έγιναν B
 - Και κρατάμε ότι το B είναι το C

0	A
1	A
2	B
3	F
.	.
.	.
.	.
N-1	B



Αποδοτικό Find

- Μια ακολουθία από
 - $n-1$ Unions και (Union κόστος επιμερισμένο $O(\log n)$)
 - m Find (Find κόστος $O(1)$)
 - σε σύνολα αρχικού μεγέθους 1
 - έχει κόστος $O(m + \log n)$
 - απόδειξη στο βιβλίο



Αποδοτική υλοποίηση Union

- Θυσιάζει χρόνο Find για σταθερό χρόνο στο Union
- 3 πίνακες
 - $Father [1 \dots N]$: το i -οστό στοιχείο δείχνει τον πατέρα j στον ίδιο πίνακα
 - $Name [1 \dots N]$: το i -οστό στοιχείο δείχνει την ομάδα του i αν είναι η ρίζα στην ομάδα αλλιώς κενό
 - $Root []$: το i -οστό στοιχείο του πίνακα δείχνει την ρίζα της ομάδας με όνομα i .
- $Find(x)$: αναζήτηση πατέρα μέχρι πριν να καταλήξουμε σε κενό. Τότε εκτυπώνουμε το αντίστοιχο όνομα
- $Union(A,B,B)$: $i \leftarrow Root[A], j \leftarrow Root[B], Father[i] \leftarrow j$



Weighted Union Rule

- Για αποφυγή μεγάλων βαθών δέντρων
- Η ρίζα μικρότερου γίνεται γιός του μεγαλύτερου
- Χρειάζεται πίνακας $size[1 \dots N]$: i -οστή θέση πλήθος στοιχείων με ρίζα το στοιχείο i .
- Εφαρμογή: Οι αριθμοί στις παρενθέσεις δηλώνουν τον αριθμό των στοιχείων κάθε συνόλου. Τα κεφαλαία είναι ονόματα συνόλων
 1. $U(1,2,A)$
 2. $U(3,4,B)$
 3. $U(A,B,C)$
 4. $U(5,6,D)$
 5. $U(7,8,E)$
 6. $U(D,C,F)$
 7. $U(E,F,G)$



Union - Find

Ερωτήσεις?